

A 3D surface plot with a blue-to-purple color gradient, showing a wavy surface that slopes downwards from left to right. The plot is contained within a white wireframe box.

Die Rentenversicherungssterbetafel AVÖ 2005R

Zusatzfolien mit näheren Erläuterungen

Generalversammlung der AVÖ 2005, Hotel Modul, Wien

12. Mai 2005



Reinhold Kainhofer

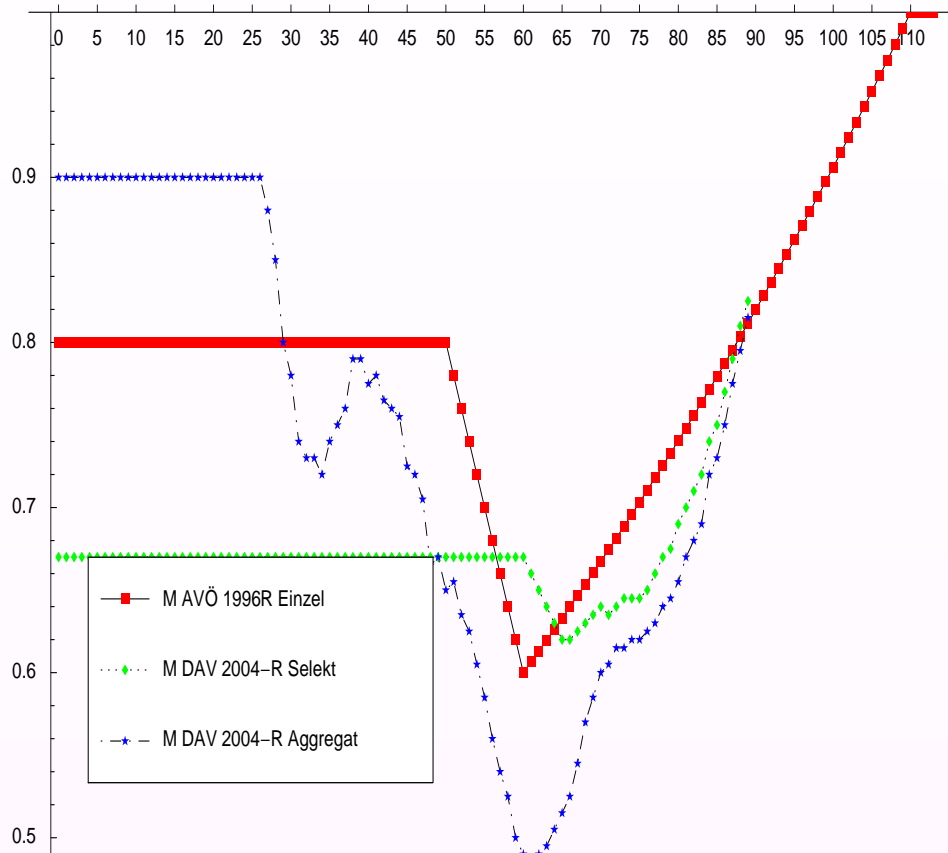
Inst. f. Wirtschaftsmath., FG Finanz- und Versicherungsmath., TU Wien

reinhold@kainhofer.com

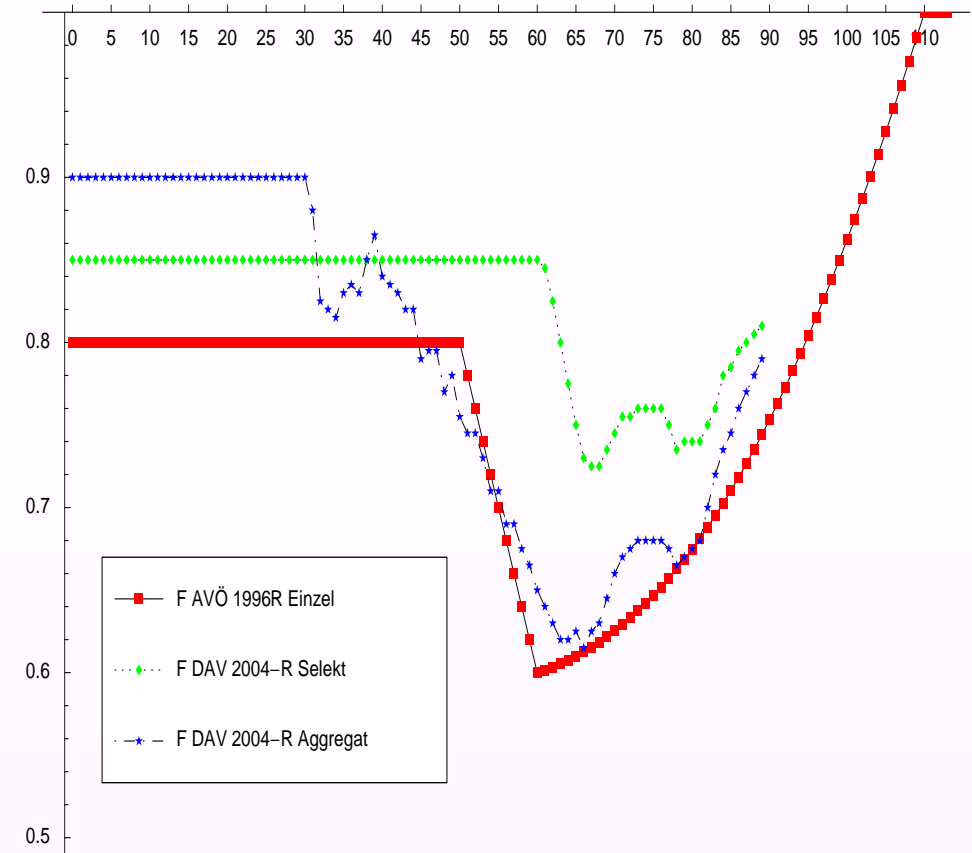
Selektion AVÖ 1996 im Vergleich mit DAV 2004-R

Daten nur aus Deutschland vorhanden, in Schweiz keine Untersuchungen

Selektionsfaktoren für Männer



Selektionsfaktoren für Frauen



Die Selektionseffekte der AVÖ 1996R der Männer scheinen – im Gegensatz zu den Frauen – viel zu gering zu sein.

Allgemeine Formel der Selektionsfaktoren

- Orientierung an den deutschen Werten der Aggregattafel (beinhalten sowohl aufgeschobene Renten als auch Rentenbezug).
- Benutzten Werte liegen immer unter den deutschen (kleiner Sicherheitseffekt).

$$f(x) = \begin{cases} f_1 & \text{für } x \leq c_1 \text{ (konstant)} \\ f_1 - (f_2 - f_1) \frac{x-c_1}{c_2-c_1} & \text{für } c_1 \leq x \leq c_2 \text{ (lineares Absinken)} \\ f_2 + (1 - f_2) \frac{(x-c_2)^2}{(c_3-c_2)^2} & \text{für } c_2 \leq x \leq c_3 \text{ (quadratisch bis 1)} \\ 1 & \text{für } c_3 \leq x \text{ (keine Selektion mehr),} \end{cases}$$

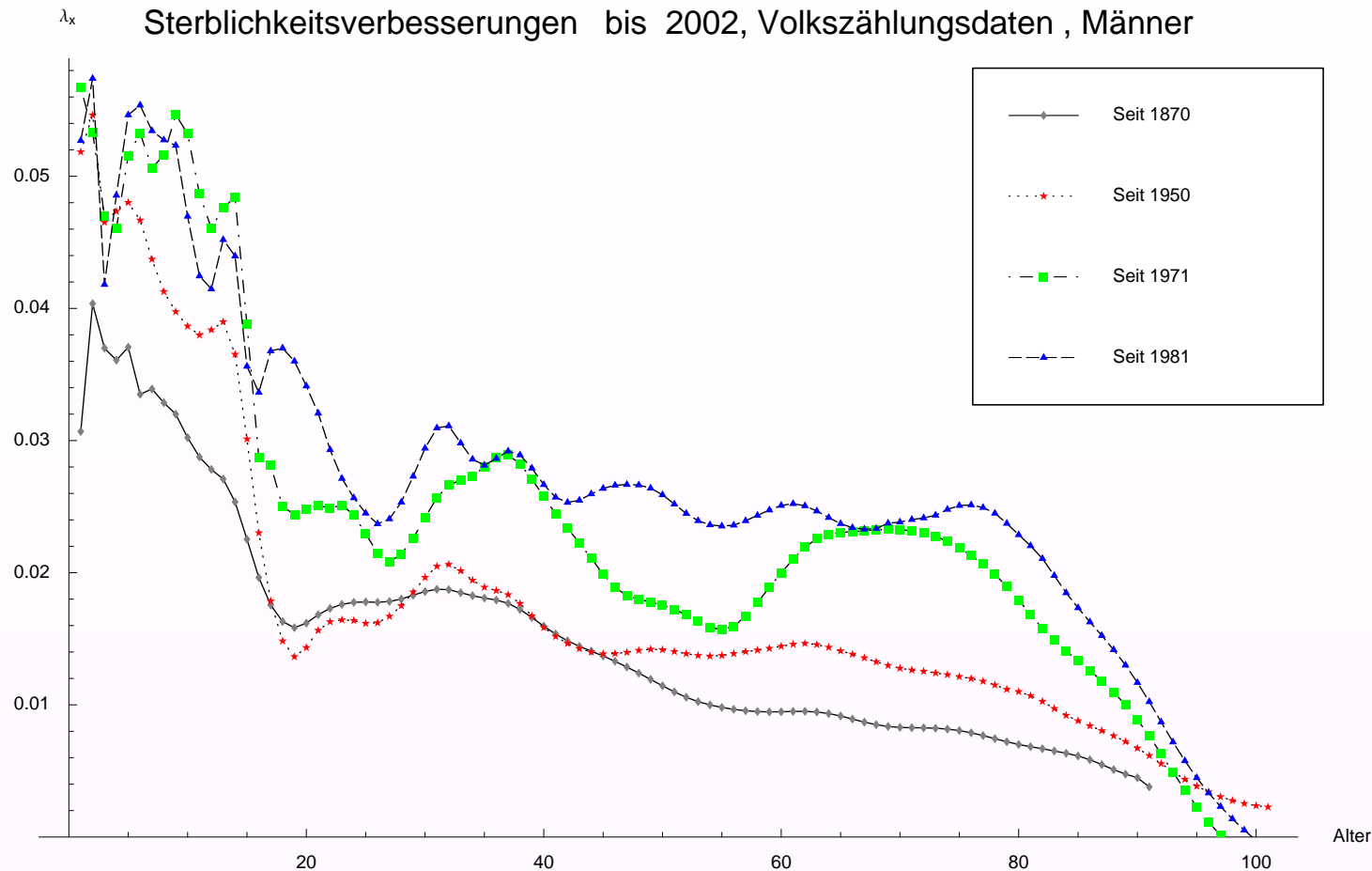
| | f_1 | c_1 | f_2 | c_2 | c_3 |
|---------------|-------|----------|--------|----------|-----------|
| Männer einzel | 0.8 | 40 Jahre | 0.51 | 60 Jahre | 100 Jahre |
| Männer Gruppe | 0.8 | 40 Jahre | 0.61 | 60 Jahre | 100 Jahre |
| Frauen einzel | 0.8 | 40 Jahre | 0.55 | 60 Jahre | 100 Jahre |
| Frauen Gruppe | 0.8 | 40 Jahre | 0.6325 | 60 Jahre | 100 Jahre |
| F nach DAV | 0.85 | 40 Jahre | 0.6 | 60 Jahre | 100 Jahre |

Weitere Bemerkungen zu den Selektionsfaktoren

- **Selektion der Frauen** deutlich geringer als bei M. Mögliche Gründe:
 1. Frauen haben schon eine **geringe Sterblichkeit**, daher keine starke Selektion mehr möglich.
 2. Die Selektion orientiert sich stark am Ehemann, da viele Paare eine Rentenversicherung gemeinsam abschließen. Der Einfluss der Frau ist daher nicht so stark. Dies kann (bzw. wird voraussichtlich) sich in der Zukunft ändern, weshalb für Frauen die Selektionseffekte **zusätzlich erhöht** werden.
- In D zwei Tafeln: Selektionstafel (nur für Bezugszeit), in den ersten 5 Jahren des Bezugs mit zusätzlichem Selektionseffekt ^a aufweist (daher scheinbar geringere Selektionsfaktoren), und Aggregattafel über den ganzen Bestand (Bezug und Aufschub) bestimmt. Letztere wurde für die AVÖ 2005R benutzt (Ansonsten würde für jedes Rentenbeginnalter eine eigene Tafel benötigt).

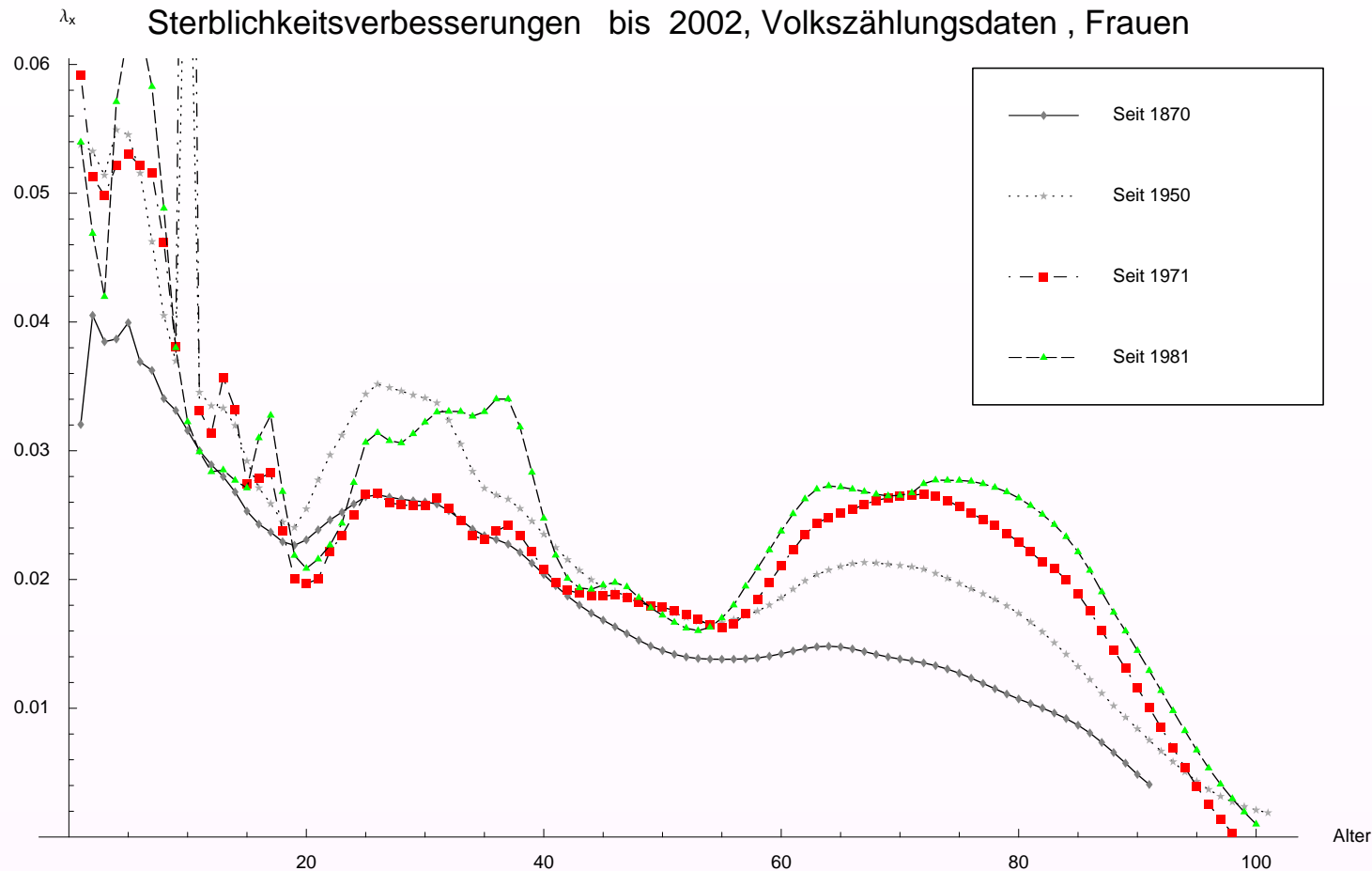
^aFaktor im 1. Jahr 0.67 (M) bzw. 0.71 (F), im 2.-5. Jahr 0.88 (M) und 0.80 (F)

Trendentwicklung (Volkszählungen), Männer



- "Mulde" bei 40-60 Jahren nur im Mittelfristtrend
- kein Trendrückgang

Trendentwicklung (Volkszählungen), Frauen



- "Mulde" bei 40-60 Jahren, entspricht fast Langzeittrend!
- starke Ausprägung des "Buckels" für hohe Alter!

Bemerkungen zu den Trendmodifikationen

- Gesamtbevölkerungstrend durch **Lee-Carter Zerlegung** aus Rohdaten

- **Rentenversicherte haben höheren Trend als Gesamtbevölkerung!:**

In **D**: Vergleich Arbeiter vs. Angestellte (gesetzliche Rentenversicherung): Zuschlag von 0.2% auf Trend der Gesamtbevölkerung.

In **CH** (Daten seit 1958): Männer doppelt so starke Verbesserung (z.B. $\lambda_{70}^{Bev} = 1.33\%$, $\lambda_{70}^{Rent} = 2.41\%$), Frauen nur 1.12 mal so stark.

AVÖ 2005-R: Bevölkerungstrend um 0.2% **additiv** nach oben verschoben (wie D). Unterschätzt tatsächlichen Effekt (nur soziale Selektion).

- **Keine Trendabschwächung** (keine Anzeichen, im Gegenteil) ^a
- **"Buckel" bei hohen Altern** um 5 Jahre hinausgeschoben (medizinischer Fortschritt, bessere Altenversorgung!)
- **"Mulde" in den Trends** \Rightarrow Sterblichkeit wäre irgendwann nicht mehr monoton, daher **lineare Interpolation** zwischen 21 und 75 (M) bzw. 18 und 70 Jahren (F). Großteil in Aufschubzeit, daher wenig Einfluss.

^aDie deutschen Tafeln lassen die Abschwächung auch als Sicherheitszuschlag weg.

Rohtrend seit 1972: Lee-Carter Methode

Rohdaten: **jährlich fortgeschriebene Sterbetafeln** bis 95 Jahre der Statistik Austria, 1972 bis 2002. (Daten seit 1947 vorhanden)

Bi-lineare Zerlegung der Sterbewahrscheinlichkeit in der Form:

$$\log q_x^{(t)} = \alpha_x + \beta_x \kappa_t + \varepsilon_x^{(t)}$$

α_x ... allgemeine Form der Sterblichkeitskurve

κ_t ... Zeittrend, als Zeitreihe angesehen

β_x ... altersabhängiger Einfluss des Trends

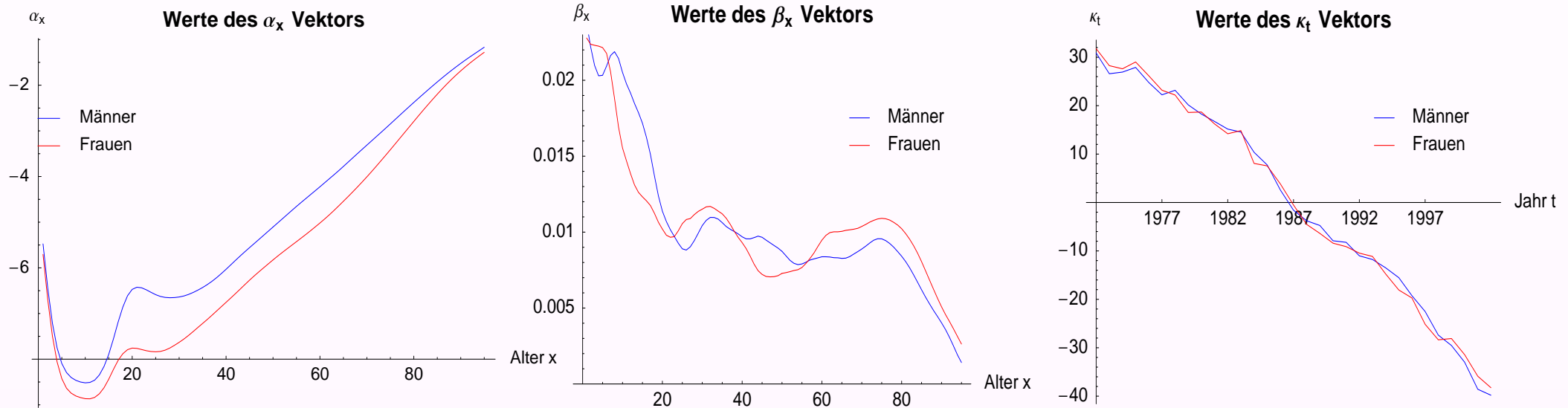
$\varepsilon_x^{(t)}$... normalverteilter Fehlerterm

- Bestimmung der α_x **als Mittelwert** über den Betrachtungszeitraum.
- $Z_x^{(t)} = q_x^{(t)} - \alpha_x$ als Matrix aufgefasst, **Singulärwertzerlegung** ($Z = L \cdot S \cdot R$), deren erster Term genau die Zerlegung in $\beta_x \kappa_t$ liefert. Entspricht "ordinary least-squares" Fit an die Matrix.
- κ_t als **Zeitreihe** angesehen (Random Walk mit Drift), die linear **extrapoliert** werden kann: $\kappa_{2001+n} = \kappa_{2001} + n\Delta\kappa$

Lee-Carter Zerlegung

- Lee-Carter Methode vor allem in den USA und in GB standardmäßig.
- Lineare Extrapolation (ARIMA(0,1,0) Zeitreihe) entspricht dem Modell der AVÖ 1996R und der DAV 2004-R für Jahr J :

$$\begin{aligned}\hat{q}_x^{(J)} &= \exp(\alpha_x + \beta_x \kappa_t) = \exp(\alpha_x + \beta_x \kappa_{2001} + \beta_x \Delta \kappa \{J - 2001\}) \\ &= q_x^{(2001)} \exp(\lambda_x \{J - 2001\})\end{aligned}$$



Prämien von Renten mit Garantzeit

Garantiezeit: 15 Jahre, Bezug ab 60 Jahren, 2.75% Zins, Rückgewähr während Aufschubzeit

Männer:

| Alter | Gen. | Bezug | AVÖ 2005R | AVÖ 1996R | DAV 2004 | ERM99 | Diff.'96->'05 |
|-------|------|-------|-----------|-----------|----------|---------|---------------|
| 60 | 1945 | 60 | 19918.6 | 18187.8 | 20325.3 | 20854.2 | 9.52% |
| 50 | 1955 | 60 | 1765.43 | 1576.86 | 1808.93 | 1858.31 | 11.96% |
| 40 | 1965 | 60 | 782.808 | 686.887 | 807.343 | 830.071 | 13.96% |
| 30 | 1975 | 60 | 457.948 | 396.371 | 476.264 | 489.532 | 15.54% |
| 20 | 1985 | 60 | 298.62 | 255.929 | 313.604 | 321.773 | 16.68% |

Frauen:

| Alter | Gen. | Bezug | AVÖ 2005R | AVÖ 1996R | DAV 2004 | ERM99 | Diff.'96->'05 |
|-------|------|-------|-----------|-----------|----------|---------|---------------|
| 60 | 1945 | 60 | 21274. | 20185.5 | 21909.7 | 21968.2 | 5.39% |
| 50 | 1955 | 60 | 1876.86 | 1759.17 | 1939.86 | 1933.6 | 6.69% |
| 40 | 1965 | 60 | 829.283 | 770.968 | 862.021 | 853.468 | 7.56% |
| 30 | 1975 | 60 | 483.642 | 447.494 | 506.407 | 497.662 | 8.08% |
| 20 | 1985 | 60 | 314.501 | 290.413 | 332.079 | 323.789 | 8.29% |

Prämien von Renten mit Garantzeit II

Garantiezeit: 15 Jahre, Bezug ab 65 Jahren, 2.75% Zins, Rückgewähr während Aufschubzeit

Männer:

| Alter | Gen. | Bezug | AVÖ 2005R | AVÖ 1996R | DAV 2004 | ERM99 | Diff.'96->'05 |
|-------|------|-------|-----------|-----------|----------|---------|---------------|
| 65 | 1940 | 65 | 17744.7 | 16317. | 18147.9 | 18675.2 | 8.75% |
| 55 | 1950 | 65 | 1577.41 | 1411.6 | 1619.91 | 1669.86 | 11.75% |
| 45 | 1960 | 65 | 701.368 | 613.034 | 725.262 | 748.683 | 14.41% |
| 35 | 1970 | 65 | 411.395 | 352.661 | 429.362 | 443.488 | 16.65% |
| 25 | 1980 | 65 | 268.984 | 227.128 | 283.867 | 292.927 | 18.43% |

Frauen:

| Alter | Gen. | Bezug | AVÖ 2005R | AVÖ 1996R | DAV 2004 | ERM99 | Diff.'96->'05 |
|-------|------|-------|-----------|-----------|----------|---------|---------------|
| 65 | 1940 | 65 | 18995.4 | 18044. | 19711.3 | 19717.6 | 5.27% |
| 55 | 1950 | 65 | 1684.82 | 1573.74 | 1753.51 | 1743.96 | 7.06% |
| 45 | 1960 | 65 | 747.851 | 690.124 | 782.694 | 773.127 | 8.36% |
| 35 | 1970 | 65 | 437.842 | 400.84 | 461.813 | 452.569 | 9.23% |
| 25 | 1980 | 65 | 285.67 | 260.38 | 304.153 | 295.474 | 9.71% |

Prämien von Renten mit Garantzeit III

Garantiezeit: 20 Jahre, Bezug ab 60 Jahren, 2.75% Zins, Rückgewähr während Aufschubzeit

Männer:

| Alter | Gen. | Bezug | AVÖ 2005R | AVÖ 1996R | DAV 2004 | ERM99 | Diff.'96->'05 |
|-------|------|-------|-----------|-----------|----------|---------|---------------|
| 60 | 1945 | 60 | 20399.6 | 18934.7 | 20785. | 21272. | 7.74% |
| 50 | 1955 | 60 | 1797.56 | 1636.36 | 1839.46 | 1885.52 | 9.85% |
| 40 | 1965 | 60 | 793.686 | 710.718 | 817.508 | 838.965 | 11.67% |
| 30 | 1975 | 60 | 462.888 | 409.013 | 480.738 | 493.373 | 13.17% |
| 20 | 1985 | 60 | 301.168 | 263.432 | 315.803 | 323.625 | 14.33% |

Frauen:

| Alter | Gen. | Bezug | AVÖ 2005R | AVÖ 1996R | DAV 2004 | ERM99 | Diff.'96->'05 |
|-------|------|-------|-----------|-----------|----------|---------|---------------|
| 60 | 1945 | 60 | 21536.8 | 20549.7 | 22177. | 22159.6 | 4.8% |
| 50 | 1955 | 60 | 1893.99 | 1786.57 | 1957.55 | 1945.68 | 6.01% |
| 40 | 1965 | 60 | 834.96 | 781.336 | 867.905 | 857.295 | 6.86% |
| 30 | 1975 | 60 | 486.171 | 452.692 | 508.996 | 499.268 | 7.4% |
| 20 | 1985 | 60 | 315.783 | 293.328 | 333.353 | 324.542 | 7.66% |

Prämien von Renten mit Garantzeit IV

Garantiezeit: 20 Jahre, Bezug ab 65 Jahren, 2.75% Zins, Rückgewähr während Aufschubzeit

Männer:

| Alter | Gen. | Bezug | AVÖ 2005R | AVÖ 1996R | DAV 2004 | ERM99 | Diff. '96->'05 |
|-------|------|-------|-----------|-----------|----------|---------|----------------|
| 65 | 1940 | 65 | 18543.4 | 17498.1 | 18917.2 | 19386.4 | 5.97% |
| 55 | 1950 | 65 | 1631.66 | 1506.98 | 1672.08 | 1717.6 | 8.27% |
| 45 | 1960 | 65 | 719.981 | 651.712 | 742.949 | 764.719 | 10.48% |
| 35 | 1970 | 65 | 419.94 | 373.425 | 437.278 | 450.6 | 12.46% |
| 25 | 1980 | 65 | 273.432 | 239.602 | 287.82 | 296.445 | 14.12% |

Frauen:

| Alter | Gen. | Bezug | AVÖ 2005R | AVÖ 1996R | DAV 2004 | ERM99 | Diff. '96->'05 |
|-------|------|-------|-----------|-----------|----------|---------|----------------|
| 65 | 1940 | 65 | 19484.7 | 18716.9 | 20176.6 | 20081.5 | 4.1% |
| 55 | 1950 | 65 | 1716.91 | 1625.43 | 1784.41 | 1767.09 | 5.63% |
| 45 | 1960 | 65 | 758.525 | 710.09 | 792.981 | 780.502 | 6.82% |
| 35 | 1970 | 65 | 442.608 | 411.051 | 466.34 | 455.676 | 7.68% |
| 25 | 1980 | 65 | 288.089 | 266.219 | 306.377 | 296.936 | 8.21% |